



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS**  
**SECCIÓN DE ÁLGEBRA**  
**PRIMER EXAMEN FINAL COLEGIADO**  
**(TIPO A)**



7 de Junio del 2018

Semestre 2018-2

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_ **NO. DE CUENTA:** \_\_\_\_\_ **FIRMA:** \_\_\_\_\_

**INSTRUCCIONES:** Leer cuidadosamente los enunciados de los **6 reactivos** que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de **2 horas. No se permite el uso de calculadora.**

1. Resuelva la siguiente ecuación trigonométrica dentro del intervalo  $(0, 360^\circ]$ .

$$2 \cos^2 \alpha + 3 \cos \alpha + 1 = 0$$

**15 puntos**

2. Demuestre, por el método de inducción matemática, la validez de la siguiente proposición

$$1 + 4 + 10 + \dots + \frac{n(n+1)(n+2)}{6} = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{24}; \forall n \in \mathbb{N}$$

**15 puntos**

3. Obtenga el valor de  $a$  y el valor de  $b \in \mathbb{R}$  que satisfacen la ecuación

$$(a + bi)(-1 + \sqrt{3}i) = \frac{\sqrt{18} \operatorname{cis} 315^\circ \left( 2e^{\frac{8}{3}\pi i} \right)}{1e^{0\pi i}}$$

**15 puntos**

4. Sea el polinomio  $p(x) = x^4 - 2x^3 + kx^2 - 8x - 12$  con coeficientes reales.

Determine:

a) el valor de  $k \in \mathbb{R}$  si  $(x - 3)$  es uno de sus factores lineales.

b) las raíces del polinomio  $p(x)$  considerando el valor de  $k$  obtenido en el inciso anterior.

**20 puntos**

5. Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$A: \begin{cases} x + 2y - kz = -4 \\ -x - 3y - 2z = -k \\ 3x + 8y + kz = 10 \end{cases}$$

Obtenga el conjunto de valores de  $k \in \mathbb{R}$  que hacen que A sea incompatible.

**15 puntos**

6. Determine la matriz X que satisface la ecuación matricial:

$$A^{-1}BAX = \det(K^{-1})CX + \text{diag}(3, 6)$$

donde:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 12 & -8 \end{pmatrix} \quad \text{y la matriz } K \text{ cuyo } \det(K) = 4.$$

**20 puntos**